Concours National Commun (Marocain) – 2015
Epreuve de **p**hysique I – TSI
Proposition de corrigé

Quelques aspects sur l'utilisation des véhicules automobiles

1. *Contrôle de la suspension et des roues d'une voiture*

1.1. Suspension d'une voiture

1.1.1. Lorsqu'on soulève la masse $M' = \frac{M}{4}$ de la distance h, le ressort retrouve sa longueur à vide, donc $O_iA = l_0 = 40cm$ (on néglige la masse de la roue). A l'équilibre le principe fondamental de la dynamique donne :

$$M'g = k\Delta l = kh \Rightarrow k = \frac{M'g}{h} = 13475 Nm^{-1}$$

1.1.2. L'application du TRC projeté sur OY donne l'équation différentielle du mouvement vertical (d'origine O) :

$$\ddot{y} + \frac{h}{M'}\dot{y} + \frac{k}{M'}y = \frac{k}{M'}y_e \text{ ou on a posé : } \omega^2 = \frac{k}{M'}, 2\lambda = \frac{h}{M'} \; et \; y_e = y_{Oi} + l_0 - h$$

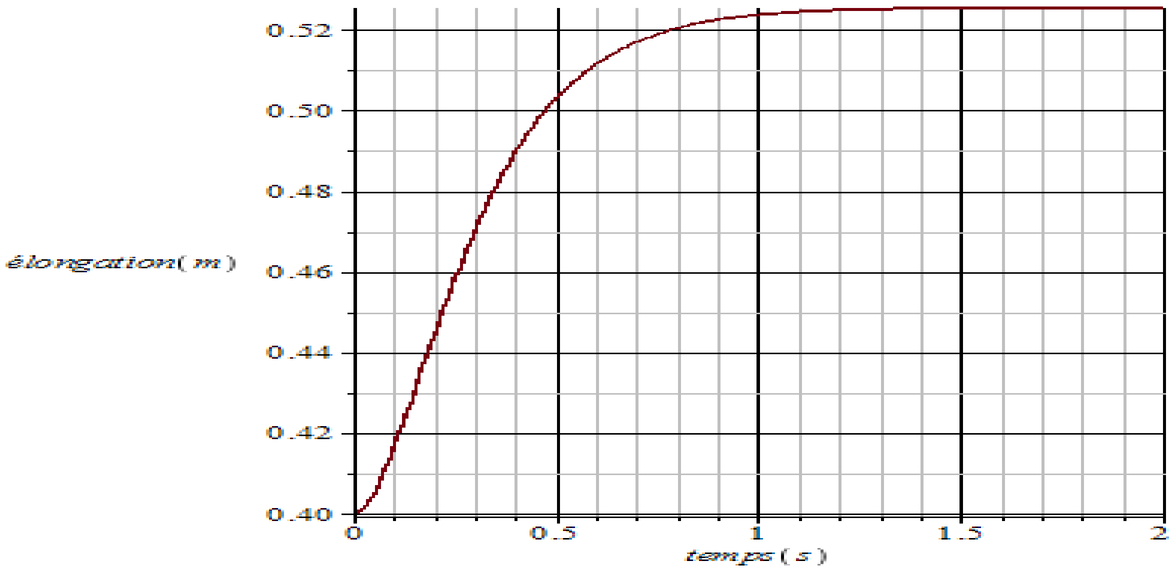
Dans le cas général trous types de régimes sont possibles selon les données. Pour avoir le retour le plus rapide à l'équilibre, il faut se placer dans le cas du régime critique :

$\Delta' = \lambda^2 - \omega^2 = 0$ d'où $h_c = 2\sqrt{kM'} \approx 4390\, kg.s^{-1}$.

La solution est de la forme $y(t) = y_{Oi} + (At + B).e^{-\omega t}$

Compte tenu des conditions initiales, on obtient $y(t) = y_e - y_0(\omega t + 1).e^{-\omega t}$

Remarque (complément) l'allure du graphe de cette élongation est donné ci-dessous.



1.2. Equilibrage statique d'une roue

1.2.1. Lors de l'utilisation d'un pneu à contact large on a une bonne adhérence au sol (voiture de course), par contre la consommation augmente car les frottements seront plus importants.

1.2.2. La roue finit par s'arrêter, il y'a donc des frottements qui dissipent l'énergie mécanique. Elle s'arrête dans la même position d'équilibre stable ou son barycentre G_i est le plus bas (pendule pesant au repos).

1.2.3. Le point M est situé sur le diamètre à l'opposé au barycentre G_i .

1.2.4. Le barycentre G du système roue-plomb est situé sur l'axe O_iZ de la roue, et par projection sur cet axe de l'expression qui donne le barycentre, on obtient $m_p.r'-m.\rho=0$, en supposant qu'on place ce plomb sur la jante de rayon r'.

1.2.5. AN : $\rho=0.22mm$

1.3.Equilibrage statique et dynamique

1.3.1.On étudie le mouvement par rapport à R, à l'aide de la base cylindrique.

$$\overrightarrow{O_iG_i}=\rho\vec{u}_\rho+z_i\vec{u}_z;\vec{a}=-\rho\dot{\theta}^2\,\vec{u}_\rho+\rho\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$$

1.3.2. On applique le TRC à la roue soumise aux deux forces indiquées.

$m\vec{a}=\vec{F}+\vec{R_l}=\vec{F}-\vec{R'}$. Après projections, on déduit les composantes de la réaction de la roue sur le moyeu :

$$R'_\rho=F_\rho+m\rho\dot{\theta}^2$$

$$R'_\theta=F_\theta-m\rho\ddot{\theta}$$

$$R'_z=F_z$$

Ces réactions dépendent du mouvement car $\theta,\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$ varient ; elles s'annulent si $\rho=0$: c'est l'équilibrage statique.

1.3.3. La force radiale due au mouvement est $m\rho\dot{\theta}^2=m\rho\frac{v^2}{r^2}$ et son module vaut 49N.

1.3.4. L'effort radial se manifeste par des vibrations de fréquence $f=\frac{v}{2\pi r}\approx17,7Hz.$

1.3.5. Le barycentre du système-roue-masselottes est situé sur l'axe O_iZ, par projection de la relation donnant le barycentre sur les deux autres axes, on obtient les relations :

$m_1x'_1+m_2x'_2+m\rho=0$: (1)

$m_1y'_1+m_2y'_2+0\quad=0$: (2)

1.3.6. Une liaison pivot parfaite permet une rotation θ autour de l'axe O_iZ sans frottements.

1.3.7. La relation (2) donne $m_1y'_1=-m_2y'_2$; lorsqu'on remplace dans la 2eme relation du système, on obtient : $J+m_1y'_1(z_1'-z_2')=0, avec\ J\neq0, m_1\neq0\ et\ y_1'\neq0$ donc $z_1'\neq z_2'$.

1.4. Gonflage des pneus.

1.4.1. Le volume du pneu est supposé constant : $V=cte=\frac{nRT_1}{P_1}=\frac{nRT_2}{P_2}\Rightarrow P_2=P_1\frac{T_2}{T_1}=2,8bars$

1.4.2. Pour ramener la pression à sa valeur initiale, le conducteur diminue le nombre de moles du gaz contenu dans le pneu de telle sorte que la pression vaille 2 bars : $n' = \frac{P_2' V}{RT_2}$ avec $P_2' = 2bars = P_1$. Après refroidissement la nouvelle pression devient $P_1' = P_1 \frac{P_2'}{P_2} = 1,8bars$

1.4.3. Le volume du pneu est supposé constant $V = cte = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{nRT_{\max}}{P_{\max}}$ on en déduit $T_{\max} = T_1 \frac{P_{\max}}{P_1} = 3T_1, t_{\max} = 627°C$.

2. *Étude du mouvement d'une voiture*

2.1. Préliminaire

2.1.1. Notons : x_i l'abscisse de G_i : $\overrightarrow{OG_i} = x_i\vec{u}_x + r\vec{u}_y$. $\vec{v}_i = \dot{x}_i\vec{u}_x = v_i\vec{u}_x$.

2.1.2. $\vec{v}_g = \vec{v}(I_i \in S_i / S') = \vec{v}_i + \overrightarrow{I_iG_i} \times \vec{\omega} = \dot{x}\vec{u}_x + r\vec{u}_y \times \dot{\theta}\vec{u}_z = (\dot{x} + r\dot{\theta})\vec{u}_x = (v_i + r\omega)\vec{u}_x$.

2.1.3. La condition de non glissement des roues sur le sol est : $\vec{v}_g = \vec{0} \Rightarrow v_i + r\omega = 0$.

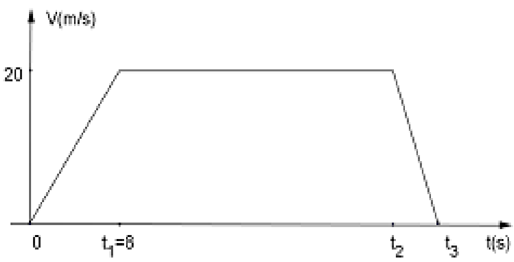
2.1.4. S_0 = {carrosserie + passagers} de masse $m_0 = M$, de centre d'inertie G_0. D'après le théorème de Koenig :

$$E_C(\Sigma/\mathcal{R}) = \sum_{i=0}^{4} E_C(S_i) = \frac{1}{2}Mv_i^2 + 4\times\left(\frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}J\omega^2\right) = \frac{1}{2}M'v_i^2 + 2J\omega^2.$$

Soit : $\underline{E_C(\Sigma/\mathcal{R}) = \left(\frac{1}{2}M' + m\right)v_i^2}$. .

2.2. .

2.2.1. .



- Pour , $0 \le t \le t_1, v(t) = 2,5t\ (m.s^{-1})$ et $a(t) = 2,5ms^{-2}$.
- Pour , $t_1 \le t \le t_2, v(t) = 20\ m.s^{-1}$ et $a(t) = 0\ ms^{-2}$.
- Pour , $t_2 \le t \le t_3, v(t) = 20\frac{t_3 - t}{t_3 - t_2}\ (m.s^{-1})$ et

$$a(t) = -\frac{20}{t_3 - t_2}\ ms^{-2}.$$

2.2.2. La puissance délivrée par le moteur en phase d'accélération est :

$$p_m = p_{m1} + p_{m3} = 2\vec{\Gamma} \bullet \vec{\omega} = 2\Gamma\frac{v}{r}.$$

2.2.3. Le TPC appliqué à $\{\Sigma \cup sol\} \Rightarrow \left.\frac{dE_C(\Sigma/\mathcal{R})}{dt}\right|_{\mathcal{R}} = P_{int} + P_{ext} = 2\left(\frac{1}{2}M' + m\right)av$.

Or : $P_{ext} = M'\vec{g}\bullet\vec{v} = 0$ et $P_{int} = P_{contact} + p_m = 0 + 2\Gamma\frac{v}{r}$ (roulement sans glissement et contact suivant une ligne). D'où : $\Gamma = \left(\frac{1}{2}M' + m\right)ar$.

Remarque (complément) : un ordre de grandeur sont pour le couple ~ 538 N.m.

2.2.4. Dans cette phase de glissement, (1) et (2)

$$\Rightarrow M'a = 2(T_1 + T_2) = -2fM'g \Rightarrow d(v^2) = 2vadt = 2adx \Rightarrow v^2(t_2) = 2fgd_f .$$

Soit : $d_f = \frac{v^2(t_2)}{2fg}$. AN : $d_f = 34m$.

2.2.5. Les facteurs susceptibles de diminuer la valeur de f :
- Surface de contact lisse (vieillissement des pneus),
- Présence sur la route de verglas, de pluie, d'huile

…

3. Quelques situations à risques

3.1.Mouvement dans un virage

3.1.1. $f \neq f'$: la forme du maillage (dessins) des pneus vis-à-vis des deux mouvements de glissement n'est pas la même.

Remarque (complément) :

Une autre différence concerne la surface de contact et on pourrait aussi envisager la possibilité de culbutement (renversement du véhicule) .

3.1.2. En mouvement circulaire uniforme : $\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_n$.

3.1.3. La voiture ne glisse pas tant que: $|T'| = M'\frac{v^2}{R} < f'N' = f'M'g$. Soit :

$v < v_{\lim} = \sqrt{f'gR}$. AN : $v_{\lim} = 12,5 m.s^{-1}$ ou $v_{\lim} = 45 km.h^{-1}$.

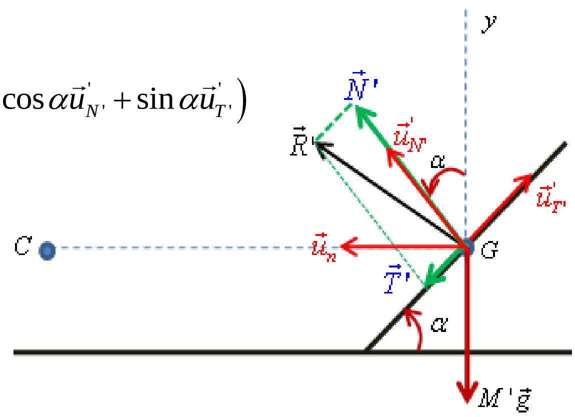
3.1.4. Route de virage inclinée

3.1.4.1. D'après le TRC : $M'\frac{v^2}{R}\vec{u}_n = \vec{R}' + M'\vec{g}$

$$\Rightarrow M'\frac{v^2}{R}\left(\sin\alpha\vec{u}_{N'}^{'} - \cos\alpha\vec{u}_{T'}^{'}\right) = \vec{R}' - M'g\left(\cos\alpha\vec{u}_{N'}^{'} + \sin\alpha\vec{u}_{T'}^{'}\right)$$

D'où : $N' = M'\left(\frac{v^2}{R}\sin\alpha + g\cos\alpha\right)$ et

$T' = -M'\left(\frac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha\right)$.



3.1.4.2. La réaction est normale à la route si : $T'=0 \Rightarrow \frac{v_{cr}^2}{R}\cos\alpha = g\sin\alpha \Rightarrow$

$\underline{v_{cr}=\sqrt{Rg\tan\alpha}}$.

3.1.4.3. Pour $v<v_{cr}, |T'| = M'\left(g\sin\alpha - \frac{v^2}{R}\cos\alpha\right)$. Il n'y aura pas de dérapage tant

que : $|T'| < f'N'$. Soit : $g\sin\alpha - \frac{v^2}{R}\cos\alpha < f'\left(\frac{v^2}{R}\sin\alpha + g\cos\alpha\right)$ ou

$g(\sin\alpha - f'\cos\alpha) < \frac{v^2}{R}(f'\sin\alpha + \cos\alpha)$. Ou encore :

$\underline{v > v_{\min} = \sqrt{\frac{Rg(\tan\alpha - f')}{(f'\tan\alpha + 1)}}}$:

Avec $\underline{f' > \tan\alpha}$. Dans un virage incliné, la voiture risque de déraper (vers l'intérieur) si la vitesse est assez faible sous l'effet de son poids.

3.1.4.4. Pour $v>v_{cr}, |T'| = M'\left(\frac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha\right)$. Il n'y aura pas de dérapage tant

que : $\frac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha < f'\left(\frac{v^2}{R}\sin\alpha + g\cos\alpha\right)$ ou :

$\frac{v^2}{R}(\cos\alpha - f'\sin\alpha) < g(\sin\alpha + f'\cos\alpha)$. Ou encore :

$\underline{v < v_{\max} = \sqrt{\frac{Rg(\tan\alpha + f')}{(1 - f'\tan\alpha)}}}$: $\underline{f' < \frac{1}{\tan\alpha}}$ contrairement au virage plan, on peut aborder un virage incliné avec une vitesse beaucoup supérieure à $v_{\lim}$ sans risque de dérapage.

Remarque (compléments non demandés) : on s'interesse à une plage des vitesses

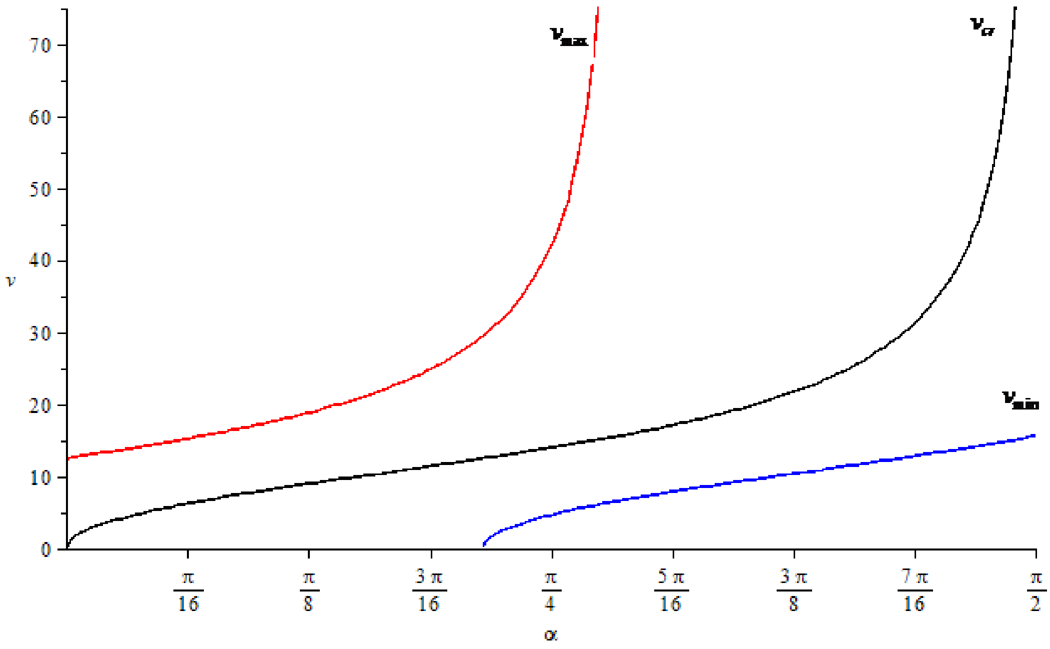
3.1.4.5.

$0 = v_{\min,0} < v < v_{max,0} \Rightarrow \alpha_0 = arc\tan(f') \approx 38^o$.

3.1.4.6. Une route construite avec cet angle permetterait une vitesse maximale

3.1.4.7. d'abordage : $\underline{v_{\max 0} = \sqrt{gR.\tan(2\alpha_0)};\ AN : v_{\max 0} \approx 106 km.h^{-1}}.$

Remarque (complément non demandé) : variation de l'intervalle des vitesses de non dérapage avec l'angle d'inclinaison de la route sur l'horizontale.



3.2.Etude d’un accident entre deux véhicules

3.2.1. Cas $t_r=0$

3.2.1.1. D’après le TRC, $M_i\vec{a}_i = \vec{T}_i + \vec{N}_i + M_i\vec{g}$. En projection, $\vec{N}_i = -M_i\vec{g}$ et

$M_i\vec{a}_i = \vec{T}_i = -fN_i\vec{u}_x$.

$\Rightarrow \underline{\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = -fg\vec{u}_x}$.

3.2.1.2. $d_1 - d_2 = \dfrac{v_0^2}{2fg} - \dfrac{k^2v_0^2}{2fg} = \dfrac{v_0^2}{2fg}\left(1-k^2\right) = \dfrac{5}{18}\dfrac{v_0^2}{fg}$. à l’arrêt,

$x_2 - x_1 = D + d_2 - d_1 = D - \dfrac{5}{18}\dfrac{v_0^2}{fg}$.

AN : $x_2 - x_1 = 5.5m$. Pas d’accident.

3.2.1.3. $x_1' = v_0t_{rm} + d_1 = x_2 = D + d_2 \Rightarrow v_0t_{rm} = D + d_2 - d_1 \Rightarrow \underline{t_{rm} = \dfrac{1}{v_0}\left(D - \dfrac{5}{18}\dfrac{v_0^2}{fg}\right)}$.

AN : $\underline{t_{rm} = 0,22s}$.

Précautions : laisser une distance ‘’suffisante ‘’entre les véhicules qui se suivent, diminuer la vitesse, être attentif et vigilant (somnolence, effets de médicaments et autres…), freinage assisté, pneus en bon état,.

3.2.2. Cas $t_r=2t_{rm}$

3.2.2.1. On suppose le camion immobile au moment du choc. Ainsi

$$x_1'' = 2v_0t_{rm} + \frac{v_0^2 - v_a^2}{2fg} = 2v_0t_{rm} + d_1 - \frac{v_a^2}{2fg} = x_2 = D + d_2 \Rightarrow \frac{v_a^2}{2fg} = 2v_0t_{rm} + d_1 - d_2 - D = D - d_1 + d_2$$

$$\Rightarrow \underline{v_a = \sqrt{{v_0}^2 - 2fg\left(2d_1 - D - d_2\right)} = \sqrt{2fg(D + d_2 - d_1)}}\ .$$

Remarque (non demandée) : on peut s’assurer que le camion était déjà immobile, son temps d’arrêt est t_{a2} ~2.83s, alors que le choc survient après 3,32s.

3.2.2.2. La conservation de la quantité de mouvement du système (pseudo) isolé donne : $(M'+M_c)v_a' = M'v_a \Rightarrow \underline{v_a' = \frac{M'}{M'+M_c}v_a = \frac{v_a}{10}}$.

3.2.2.3. D'après le TRC : $a = -fg = \frac{dv}{dt} = \frac{0-v_a'}{T} \Rightarrow \underline{T = \frac{v_a}{10\,fg}}$. AN : $\underline{T \approx 0{,}136s}$.

3.2.3. Effet d'un accident sur les usagers de véhicules

Juste après le choc et d'après le principe d'inertie, les passagers (le conducteur et les autres) poursuivent leur mouvement à la vitesse v_a ($t = 0^-$), supposée celle qu'ils avaient respectivement avant l'impact avec la ceinture, le pare-brise ou le siège du conducteur.

3.2.3.1. D'après le principe d'inertie, le conducteur ''poursuit son mouvement à la vitesse v_a ,mais grâce à la ceinture cette vitesse s'annule au bout d'une durée T : $\underline{F_1 = \frac{m_c|\Delta v|}{T} = \frac{m_c v_a}{T}}$.

3.2.3.2. AN : $\underline{F_1 \approx 411 daN}$.

$F_1 > 400daN$: en utilisant sa ceinture, le risque que court un conducteur jeune n'est pas critique, mais il l'est légèrement s'il est âgé.

3.2.3.3. On suppose le parebrise immobile au moment de l'impact. $\underline{p = \frac{m_t|\Delta v|}{\tau S} \approx \frac{m_t v_a}{\tau S}}$.

AN : $\underline{p \approx 79.10^5 Pa}$.

3.2.3.4. $\underline{F_3 \approx \frac{F_1}{2}}$. AN : $\underline{F_3 \approx 206 daN}$: tous les passagers doivent mettre les ceintures de sécurité. Le conducteur est''écrasé'' par l'avant et par l'arrière, d'où la possibilité d'un effet critique sur le thorax.

3.2.3.5. $\underline{F_3 \approx \frac{F_1}{2}}$. AN : $\underline{F_3 \approx 206 daN}$: tous les passagers doivent mettre les ceintures de sécurité. Le conducteur est ''écrasé'' par l'avant et par l'arrière, d'où la possibilité d'un effet critique sur le thorax.

3.2.4. Airbag déclenché.

3.2.4.1. A T constante : $PV_v = (P+p)(V_v - \pi r_a^2 h_a) \Rightarrow \underline{p = \frac{\pi r_a^2 h_a}{(V_v - \pi r_a^2 h_a)}P}$. AN :

$\underline{p = 1600Pa}$.

3.2.4.2. $p > 20Pa$: le son suivant l'ouverture de l'air bag est douloureux pour les oreilles. Mais les hypothèses considérées sont discutables :

(1) L'étanchéité de l'habitacle car possibilité de bris de vitres, trous dans l'habitacle…

(2) La constance de la température constante.

4. *Utilisation des radars pour mesurer des vitesses*

4.1.Mesure de la vitesse d'un véhicule par un radar.

4.1.1. A t_0 , la voiture est en $x_0 = d_0 + vt_0 = ct_0 \Rightarrow \underline{t_0 = \dfrac{2.d_0}{c-v}}$.

4.1.2. $t_1 = t_0 + \dfrac{x_0}{c} = 2t_0$. $\underline{t_1 = \dfrac{2d_0}{c-v}}$.

4.1.3. A t_2 , la voiture est en $x_2 = d_0 + vt_2 = c(t_2 - T) \Rightarrow \underline{t_2 = \dfrac{d_0 + cT}{c-v}}$.

4.1.4. $t_3 = t_2 + \dfrac{x_2}{c} = 2t_2 - T = 2\dfrac{d_0 + cT}{c-v} - T$. $\underline{t_3 = \dfrac{2d_0 + (c+v)T}{c-v}}$.

4.1.5. $T' = t_3 - t_1 = \dfrac{2d_0 + (c+v)T}{c-v} - \dfrac{2d_0}{c-v}$. soit : $\underline{T' = \dfrac{(c+v)}{(c-v)}T}$ et $\underline{\nu' = \dfrac{(c-v)}{(c+v)}\nu}$.

$T' > T$: L'écho est plus grave que le signal émis lorsque le véhicule s'éloigne de la source.

4.1.6. $\delta\nu = \nu' - \nu = \left(\dfrac{c-v}{c+v} - 1\right)\nu = -\dfrac{2v}{c+v}\nu$. Soit : $\underline{\delta\nu \simeq -\dfrac{2v}{c}\nu}$.

4.1.7. $\underline{v \simeq \dfrac{c\delta\nu}{2\nu}}$. AN : $\underline{v = 29 m.s^{-1}}$. Ou : $\underline{v \approx 105 km.h^{-1}}$: excès de vitesse !!

4.1.8. Astronomie : décalage vers le rouge et expansion de l'univers.
Elargissement spectral des lampes haute pression.
Utilisations en médecine…

4.2. Principe de la détection radar.

4.2.1. $\vec{E}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kx)\vec{u}_y = E_0 \cos\left(2\pi\nu\left(t - \dfrac{x}{c}\right)\right)\vec{u}_y$.

4.2.2. $\vec{B}_i(M,t) = \dfrac{\vec{u}_x}{c} \times \vec{E}_i(M,t) = \dfrac{E_0}{c}\cos\left(2\pi\nu\left(t - \dfrac{x}{c}\right)\right)\vec{u}_z$.

4.2.3. Conditions de passage : $\vec{E}(x_V^-,t) = \vec{E}(x_V^+,t) = \vec{0}$ (L1). $\vec{B}(x_V^-,t) = \vec{B}(x_V^+,t) = \vec{0}$ (L2).

Le champ de l'onde incidente, à elle seule ne peut pas vérifier ces conditions. D'où l'existence de l'onde réfléchie et $\vec{E}_i(x_V,t) + \vec{E}_r(x_V,t) = \vec{0}$ (L1).

$\vec{B}_i(x_V,t) + \vec{B}_r(x_V,t) = \vec{0}$ (L2).

4.2.4. La loi de Faraday – Lenz : $e = -\dfrac{d\Phi(t)}{dt}$. $\Phi(t) = N \iint_{une\ spire} \vec{B}_r \bullet d\vec{s}$.